

LXIX олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 13 января 2022 года
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Большой зал, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, был разделен перегородками на помещения, объемы которых относились как $7 : 6 : 5$. В ходе ремонта было решено общий объем зала оставить прежним, а расположение перегородок изменить так, чтобы объем самого большого из имеющихся помещений уменьшился бы на 4%, а объем среднего из них уменьшился бы на 2%. На сколько процентов увеличился бы в этом случае объем третьего помещения?

2. Вова сказал, что он заменит в слове TALLINN буквы цифрами так, что число, составленное из любых трех последовательных цифр, читаемых слева направо, делится нацело на число 3, причем различным буквам соответствуют различные цифры, а одинаковым буквам – одинаковые цифры. Если такая замена возможна, то найди хотя бы один вариант замены, а если замена невозможна, то обоснуй почему.

3. На сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены соответственно точки M и N . Биссектриса угла MND пересекает сторону BC в точке K . Известно, что $MN = AN = \frac{1}{3} AD$. Какую часть площади параллелограмма $ABCD$ составляет сумма площадей треугольников AMN и BMK ?

4. У Кати были только 5-евровые банкноты и одна монета в 1 евро. У Мати были только 10-евровые банкноты и одна монета в 2 евро. У Кати не было достаточно денег для покупки одного ранца. Если бы у Кати было на одну 5-евровую банкноту больше, то она смогла бы купить один ранец, но в этом случае не смогла бы заплатить продавцу точную сумму денег, т.е. продавец должен был дать сдачу с покупки. Мати не мог заплатить имеющимися у него деньгами точную сумму за такой ранец, хотя денег у него было больше, чем у Кати. Вместе на двоих они смогли заплатить точную сумму за два таких ранца, отдав продавцу всего 20 банкнот и все свои монеты. Сколько стоил один ранец, если известно, что его стоимость – это целое число евро и Катя отдала все свои банкноты?

5. На рисунке дана таблица с числами. За один ход нужно к каждому числу одной произвольной строки прибавить 1 или от каждого числа одного произвольного столбца вычесть 1. Возможно ли, используя такие ходы, из исходной таблицы получить следующие таблицы:

0	1	2	3
2	0	2	0
3	1	0	2
1	0	3	0

а)

2	0	2	1
6	1	4	0
6	0	0	0
5	2	5	0

б)

2	0	2	2
4	1	6	3
0	3	2	1
5	2	5	0

 ?

Если это возможно, то покажи пошаговое решение. Если же это невозможно, то объясни почему.